ИНСТИТУТ ЛАЗЕРНЫХ И ПЛАЗМЕННЫХ ТЕХНОЛОГИЙ

КАФЕДРА ПРИКЛАДНОЙ МАТЕМАТИКИ

**ФОНД**

**ОЦЕНОЧНЫХ СРЕДСТВ**

текущего, рубежного и промежуточного контроля успеваемости

**ПО УЧЕБНОЙ ДИСЦИПЛИНЕ**

**Геометрические методы в математической физике**

**1.ПАСПОРТ ФОНДА ОЦЕНОЧНЫХ СРЕДСТВ**

**1.1 Область применения**

Фонд оценочных средств (ФОС) *–* является неотъемлемой частью учебно-методического комплекса учебной дисциплины «Геометрические методы в математической физике» и предназначен для контроля и оценки образовательных достижений обучающихся, освоивших программу данной дисциплины.

**1.2 Цели и задачи фонда оценочных средств**

Целью Фонда оценочных средств является установление соответствия уровня подготовки обучающихся требованиям ОС НИЯУ МИФИ.

Для достижения поставленной цели Фондом оценочных средств по дисциплине «Геометрические методы в математической физике» решаются следующие задачи:

– контроль и управление процессом приобретения обучающимися знаний, умений и навыков, предусмотренных в рамках данного курса;

– контроль и оценка степени освоения общекультурных, общепрофессиональных и профессиональных компетенций предусмотренных в рамках данного курса;

– обеспечение соответствия результатов обучения задачам будущей профессиональной деятельности через совершенствование традиционных и внедрение инновационных методов обучения в образовательный процесс в рамках данного курса.

**1.3 Контролируемые компетенции**

ОС НИЯУ МИФИ по направлению подготовки 01.04.02«Прикладная математика и информатика» и рабочая программа дисциплины «Геометрические методы в математической физике» предусмотрено формирование следующих компетенций:

|  |  |
| --- | --- |
| **Код компетенций** | **Компетенция** |
| ОПК-1 | Способен решать актуальные задачи фундаментальной и прикладной математики |
| ОПК-2 | Способен совершенствовать и реализовывать новые математические методы решения прикладных задач |
| ОПК-3 | Способен разрабатывать математические модели и проводить их анализ при решении задач в области профессиональной деятельности |
| ПК-1 | способен проводить научные исследования и получать новые научные и прикладные результаты самостоятельно и в составе научного коллектива |
| ПК-5 | способен четко формулировать цели и задачи научно-прикладных проектов, разрабатывать концептуальные и теоретические модели решаемых задач |
| ПК-9 | способен использовать современные информационные технологии в образовательной деятельности |
| ПК-10 | способен осуществлять подготовку и переподготовку кадров в области  прикладной математики и информационных технологий |

**1.4 Планируемые результаты обучения**

Поскольку перечисленные компетенции носят интегральный характер, для разработки оценочных средств целесообразно выделить планируемые результаты обучения – знания, умения и навыки, характеризующие этапы формирования компетенций и обеспечивающие достижение планируемых результатов освоения образовательной программы. Таким образом, в результате освоения дисциплины «Геометрические методы в математической физике» студенты должны:

*Знать:*

|  |  |  |
| --- | --- | --- |
| **Код** | **Результаты обучения** | **Показатели оценки результатов** |
| З1 | базовые понятия дифференциальной топологии | - понятие окрестности, открытого и замкнутого множеств, топологического пространства;  - понятие отображения, функции, многообразия |
| З2 | Основные положения теории тензорных полей на дифференцируемых многообразиях | **-** понятие вектора, векторного поля на многообразии, касательного пространства, расслоенного пространства, касательного расслоения конгруэнции векторного поля, скобок Ли векторных полей;  -понятие один-формы, поля один-форм, кокасательного пространства и расслоения, тензора и тензорного поля; |
| З3 | Производные Ли | **-** перенос Ли вдоль интегральных кривых векторного поля  - производная Ли скалярного поля, векторного поля, поля один-форм и тензорного поля  **-** понятие подмногообразия. теорема Фробениуса, понятие слоения на многообразии |
| З4 | Дифференциальные формы | - форма объема  -понятие внешнего произведения, внешней производной  - разложение формы по базисным формам  - производная Ли от формы, коммутация внешней производной и производной Ли  - Операция дуализации. p-формы и (n-p)-векторы |
| 35 | Теорема Фробениуса | - Аннулятор набора форм. Идеал, дифференциальный идеал, замкнутый идеал  - теорема Фробениуса об интегрируемости энволютивных распределений  -Условия интегрируемости дифференциальных уравнений |

*Уметь:*

|  |  |  |
| --- | --- | --- |
| **Код** | **Результаты обучения** | **Показатели оценки результатов** |
| У1 | Операции над тензорными полями на многообразиях | - построение конгруэнции векторного поля  - вычисление скобок Ли векторных полей  - экспонента от векторного поля  - вычисление значения 1-формы на векторном поле  -операции над компонентами |
| У2 | Использование производной Ли вдоль интегральных кривых векторного поля | -вычисление производной Ли от функции, векторного поля и один-форм  -вычисление производной Ли от произвольных тензорных полей |
| У3 | Алгебра и интегральное исчисление форм | * Вычисление внешнего произведения форм * Задание внешней ориентации на подмногообразии * Дуализация формы * Применение обобщенных символов Кронекера и символа Леви-Чивиты * Вычисление метрического элемента объема |
| У4 | Дифференциальное исчисление форм | -вычисление внешней производной  -применение теоремы Стокса  -использование следствий из леммы Пуанкаре |

*Владеть:*

|  |  |  |
| --- | --- | --- |
| **Код** | **Результаты обучения** | **Показатели оценки результатов** |
| В1 | Геометрическая интерпретация физических задач | - Формулировка задач в бескоординатной форме. Структура определяющего многообразия  -Анализ симметрий. Выделение подмногообразий  - Использование записи уравнений Максвелла на языке форм. Тензор Фарадея. Топологические модели заряда. |
| В2 | Методы классической механики | - переход от касательного к кокасательному расслоениию  - определение симплектической структуры  - Канонические уравнения. Вычисление скобок Пуассона  - Анализ связей. Убивание связей. |
| В3 | Анализ интегрируемости систем дифференциальных уравнений | * Приведение задачи к задаче отыскания аннулятора набора форм * Использование теоремы Фробениуса |

**1.5 Промежуточная аттестация по дисциплине**

Формой промежуточной аттестации по дисциплине «Геометрические методы в математической физике» является:

зачет.

**1.6 Перечень оценочных средств**

*2 семестр*

|  |  |  |  |
| --- | --- | --- | --- |
| **Код** | **Наименование оценочного средства** | **Краткая характеристика оценочного средства** | **Представление оценочного средства в фонде** |
| ДЗ1 | Домашнее задание №1 | Средство проверки умений применять полученные знания для решения задач определенного типа по теме или разделу | Комплект домашних заданий по вариантам |
| ДЗ2 | Домашнее задание №2 |

**1.7 Расшифровка компетенций через планируемые результаты обучения**

Связь между формируемыми компетенциями и планируемыми результатами обучения представлена в следующей таблице:

|  |  |  |  |  |
| --- | --- | --- | --- | --- |
| **Код** | **Проектируемые результаты освоения дисциплины**  **и индикаторы формирования компетенций** | | | **Средства и технологии оценки** |
| **Знать (З)** | **Уметь (У)** | **Владеть (В)** |
| ОПК-1 | З1, З3, З5 | У2,У3 | В1, В3 | ДЗ1, ДЗ2, З |
| ОПК-2 | З3, З4, З5 | У1 – У4 | В2 | ДЗ1, ДЗ2, З |
| ОПК-3 | З1-З5 | У1 – У4 | В1-В3 | ДЗ1, ДЗ2, З |
| ПК-1 | З1-З5 | У1 – У4 | В1-В3 | ДЗ1, ДЗ2, З |
| ПК-5 | З3, З4 | У2, У4 | В1 | ДЗ1, ДЗ2, З |
| ПК-9 | З2, З4,З5 | У1, У3 | В2, В3 | ДЗ1, ДЗ2, З |
| ПК-10 | З1-З5 | У1 – У4 | В1-В3 | ДЗ1, ДЗ2, З |

**1.8 Этапы формирования компетенций**

*2 Семестр*

|  |  |  |  |  |  |  |
| --- | --- | --- | --- | --- | --- | --- |
| **Раздел** | **Темы занятий** | **Коды**  **компетенций** | **Знания, умения и навыки** | **Виды аттестации** | | |
| **Текущий контроль –**  **неделя** | **Рубежный контроль – неделя** | **Промежуточная**  **аттестация** |
| Раздел 1 | Тема 1. Введение | ОПК-1  ОПК-2  ОПК-3  ПК-1  ПК-5  ПК-9  ПК-10 | З1,З2,З3  У2, У3  В1, В3 | ДЗ1 | КИ-8 | зачет |
| Тема 2. Дифференцируемые многообразия и тензорные поля | ОПК-1  ОПК-2  ОПК-3  ПК-1  ПК-5  ПК-9  ПК-10 | З3, З4, З5  У4, В2, В3 |
| Тема 3.  Производная Ли | ОПК-1  ОПК-2  ОПК-3  ПК-1  ПК-5  ПК-9  ПК-10 | З3, З4, З5,  У4, В1, В2 |
| Раздел 2 | Тема 4.  Алгебра дифференциальных форм | ОПК-1  ОПК-2  ОПК-3  ПК-1  ПК-5  ПК-9  ПК-10 | З3, З4, У2, У4, В1 | ДЗ2 | КИ-15 |
| Тема 5.  Дифференциальное исчисление форм | ОПК-1  ОПК-2  ОПК-3  ПК-1  ПК-5  ПК-9  ПК-10 | З4, З2, З3, У1, У3, В2, В3 |
| Тема 6.  Физические приложения | ОПК-1  ОПК-2  ОПК-3  ПК-1  ПК-5  ПК-9  ПК-10 | З4, З2, З3, У1, У3, В2, В3 |

**1.9 Шкала оценки образовательных достижений**

|  |  |  |  |  |  |  |  |
| --- | --- | --- | --- | --- | --- | --- | --- |
| **Код** | **Вид оценочного**  **средства** | | **Критерии** | | | **Балл** | **Макс. балл– мин. балл** |
| ДЗ1 | Домашнее задание №1 | | выставляется студенту при сдаче всех задач, включая задач, помеченных «\*», и демонстрации уверенных знаний теоретического материала | | | 25 | **25-15** |
| выставляется студенту при сдаче всех задач кроме помеченных «\*» и демонстрации уверенных знаний теоретического материала | | | 15−24 |
| при отсутствии решенного и освоенного минимума домашнее задание не зачитывается и у студента образуется долг, который должен быть закрыт в течении семестра или на зачетной неделе | | | н/з |
| ДЗ2 | Домашнее задание №2 | | выставляется студенту при сдаче всех задач, включая задач, помеченных «\*», и демонстрации уверенных знаний теоретического материала | | | 25 | **25-15** |
| выставляется студенту при сдаче всех задач кроме помеченных «\*» и демонстрации уверенных знаний теоретического материала | | | 15−24 |
| при отсутствии решенного и освоенного минимума домашнее задание не зачитывается и у студента образуется долг, который должен быть закрыт в течении семестра или на зачетной неделе | | | н/з |
| З | | Зачет | | при полностью правильно написанных ответах на поставленные вопросы и при ответе на все дополнительные вопросы по курсу с незначительными неточностями, которые студент должен устранить в процессе беседы с преподавателем, в рамках которой он демонстрирует углубленное понимание предмета и владение ключевыми знаниями, умениями и навыками, предусмотренными данной дисциплиной | 50 | | **50-30** |
| при полностью правильно написанных ответах на поставленные вопросы и при ответе на часть дополнительных вопросов по курсу с демонстраций базовых знаний, умений и навыков, предусмотренных данной дисциплиной | 40−45 | |
| при написанных ответах на поставленные вопросы (допускается содержание некоторых неточностей) и демонстрации базовых знаний, умений и навыков по данной дисциплине | 30−39 | |
| если студент не написал ответ хотя бы на один из поставленных вопросов и не может ответить на дополнительные компетентностно–ориентированные вопросы | н/з | |

Итоговая оценка представляет собой сумму баллов, заработанных студентом при выполнении заданий в рамках текущего и промежуточного контроля, и выставляется в соответствии с Положением о кредитно-модульной системе в соответствии со следующей шкалой:

|  |  |  |
| --- | --- | --- |
| Оценка по 5-балльнойшкале | Сумма баллов за разделы | Оценка ECTS |
| 5 – *«отлично»* | 90-100 | А |
| 4 – «*хорошо*» | 85-89 | В |
| 75-84 | С |
| 70-74 | D |
| 3 – «*удовлетворительно*» | 65-69 |
| 60-64 | Е |
| 2 – «*неудовлетворительно*» | Ниже 60 | F |

В данном случае, расшифровка уровня знаний соответствующего полученным баллам дается в таблице указанной ниже

|  |  |  |
| --- | --- | --- |
| **Оценка по 5-балльной шкале – оценка по ECTS** | **Сумма баллов за разделы** | **Требования к знаниям на устном зачёте** |
| *«отлично»*  *–*  *А* | 90 ÷ 100 | Оценка «отлично» выставляется студенту, если он глубоко и прочно усвоил программный материал, исчерпывающе, последовательно, четко и логически стройно его излагает, умеет тесно увязывать теорию с практикой, использует в ответе материал монографической литературы. |
| *«хорошо»*  *–*  *D, C, B* | 70 ÷ 89 | Оценка «хорошо» выставляется студенту, если он твёрдо знает материал, грамотно и по существу излагает его, не допуская существенных неточностей в ответе на вопрос. |
| *«удовлетворительно»*  *–*  *E, D* | 60 ÷ 69 | Оценка «удовлетворительно» выставляется студенту, если он имеет знания только основного материала, но не усвоил его деталей, допускает неточности, недостаточно правильные формулировки, нарушения логической последовательности в изложении программного материала. |
| *«неудовлетворительно»*  *–*  *F* | менее 60 | Оценка «неудовлетворительно» выставляется студенту, который не знает значительной части программного материала, допускает существенные ошибки. Как правило, оценка «неудовлетворительно» ставится студентам, которые не могут продолжить обучение без дополнительных занятий по соответствующей дисциплине. |

**2.ТИПОВЫЕ КОНТРОЛЬНЫЕ ЗАДАНИЯ**

**для оценки знаний (3), умений (У) и навыков (В)**

**2.1 ОЦЕНОЧНЫЕ СРЕДСТВА ДЛЯ ТЕКУЩЕГО КОНТРОЛЯ**

Ниже приведен перечень оценочных средств используемых при проведении текущего контроля успеваемости студентов.

**2.1.5 Домашнее задание №1 (ДЗ1)**

**Дифференцируемые многообразия. Производная Ли.**

Вариант 1

1. Докажите, что S^2 есть двумерное гладкое многообразие. Покажите что S^2 есть подмногообразие в E^3
2. Пусть (l, m , n)- направляющие косинусы внешней нормали к тору в точке P. Покажите, что используя их, можно построить гладкое отображение тора в сферу S^2
3. Докажите, что тензоры типа (2, 0) образуют векторное пространство относительно сложения, определенного аналогично сумме один-форм.
4. (\*) Покажите, что всякое бесконечно дифференцируемое метрическое тензорное поле **g** является локально-плоским
5. На некотором двумерном многообразии задана дифференциальная форма

+2

В точке y с координатами (1 ,2) задан вектор v с компонентами (3,4). Вычислить <p,v>(y)

Вариант 2

1. Докажите, что тор есть двумерное гладкое многообразие. Покажите что двумерный тор есть подмногообразие в E^3
2. Используя две угловых переменных постройте гладкое отображение двумерного эвклидова пространства на тор. Покажите, что тор можно представить в виде топологического произведения двух окружностей.
3. Покажите, что образуют базис в пространстве тензоров типа (2, 0)
4. (\*) Докажите, что если V и U –дважды дифференцируемые векторные поля, то
5. На некотором двумерном многообразии задана дифференциальная форма

+2

Вычислить <p, u> на векторном поле u с компонентами

Вариант 3

1. Докажите, что проективная плоскость P^2, полученная из S^2 отожествлением диаметрально-противоположных точек, есть двумерное гладкое многообразие. Покажите, что иррациональная обмотка тора не является подмногообразием тора
2. Пусть P – точка на S^2, а f(P) точка на P^2, полуженная отождествлением P с диаметрально-противоположной точкой сферы. Покажите, что f –гладкое отображение S^2 на P^2.
3. Докажите, что тензор типа (2, 0) в общем случае нельзя представить в виде тензорного произведения
4. (\*)Докажите тождество Якоби для производных Ли
5. Пусть на некотором трехмерном многообразии задано векторное поле j с координатным выражением:

Вычислить , где

**2.1.1 Домашнее задание №2 (ДЗ2)**

Вариант 1

1. Докажите, что если компоненты тензора типа (0, N) антисимметричны относительно любой пары индексов, то этот тензор – антисимметричный
2. Покажите, что все компоненты p-формы на n мерном векторном пространстве при p>n нулевые
3. (\*)Покажите, что уравнение непрерывности можно записать в виде:

, где

1. Докажите, что если U – гамильтоново векторное поле, то существует функция H(p, q), такая, что канонические уравнения выполняются интегральных кривых этого поля
2. Докажите тождество Якоби для скобок Дирака

Вариант 2

1. Пусть A – антисимметричный тензор типа (0, 2), B – произвольный тензор типа (2, 0). Покажите, что
2. Покажите что при n=3

1. (\*) Покажите что
2. Докажите, что гамильтоновы векторные поля образуют алгебру Ли относительно операции коммутирования
3. Докажите, что скобки Пуассона удовлетворяют тождеству Якоби

Вариант 3

1. Пусть A – антисимметричный тензор типа (0, 2), B – симметричный тензор типа (2, 0). Покажите, что
2. Покажите что компоненты скобок Ли двух векторных полей преобразуются как тензор
3. (\*) Покажите, что любая замкнутая 1-форма на S^2 точна
4. Докажите, что функция Гамильтона определена на кокасательном расслоении конфигурационного пространства
5. Докажите, что при пространственных вращениях компоненты тензора Фарадея преобразуются таким образом, что E и B преобразуются как векторы.

**2.2 ОЦЕНОЧНЫЕ СРЕДСТВА ДЛЯ ПРОВЕДЕНИЯ РУБЕЖНОГО КОНТРОЛЯ**

В рамках дисциплины «Геометрические методы в математической физике» предусмотрено проведение рубежного контроля успеваемости студентов на 8 и 15 неделе.

В качестве оценочного средства при проведении рубежного контроля на 8 неделе используется, так называемый, Контроль по итогам (КИ), минимальная положительная оценка за который подразумевает усвоение студентом необходимого минимума материала, относящегося к Разделу 1 дисциплины. Баллы, за проводящийся на 8 неделе контроль по итогам, выставляются в соответствии со следующими таблицами

*1 семестр*

|  |  |  |  |  |
| --- | --- | --- | --- | --- |
| Код оценочного средства | Вид контроля | Неделя контроля | Минимальный балл | Максимальный бал |
| ДЗ1 | Домашнее задание №1 | 4 | 15 | 25 |
| **КИ** | **Контроль по Итогам** | **8** | **15** | **25** |

Рубежный контроль на 15 неделе проводится аналогично рубежному контролю на 8 неделе и оценивает уровень знаний полученных студентом в Разделе 2 дисциплины и выставляется в соответствии со следующими таблицами

|  |  |  |  |  |
| --- | --- | --- | --- | --- |
| Код оценочного средства | Вид контроля | Неделя контроля | Минимальный балл | Максимальный бал |
| ДЗ3 | Домашнее задание №3 | 11 | 15 | 25 |
| **КИ** | **Контроль по Итогам** | **15** | **15** | **25** |

**2.3 ОЦЕНОЧНЫЕ СРЕДСТВА ДЛЯ ПРОВЕДЕНИЯ ПРОМЕЖУТОЧНОЙ АТТЕСТАЦИИ**

**2.3.1 ВОПРОСЫ К ЗАЧЕТУ**

1. Понятие гладкого многообразия. Функции на многообразии

2. Векторы и векторные поля. Конгруэнция векторного поля. Поток векторного поля.

3. Расслоенное пространство. Касательное расслоение.

4. Условия координатности базиса

5. Один-формы. Поля один-форм. Градиент как форма.

6. Базисные один-формы. Компоненты один-форм.

7. Тензоры и тензорные поля. Компоненты тензоров и тензорное произведение.

8. Метрический тензор в векторном пространстве.

9. Перенос Ли.

10. Производная Ли

11. Понятие подмногообразия.

11. Отображения многообразий. Вложение многообразия в эвклидово пространство.

12. Векторные полч Киллинга.

13. Понятие формы объема. Свойства.

14. Внешнее умножение. Базисные формы.

15. Ограничение форм.

16. Ориентируемость многообразия

17. Интегрирование на ориентируемых многообразиях

17. Дуальные величины

18.Метрический элемент объема.

19.Понятие внешней производной

20. Лемма Пуанкаре

21. Теорема Стокса

22. Связь между формами и дифференциальными уравнениями

23. Теорема Фробениуса

24. Термодинамика простых систем.

25. Тождества Максвеллла

26. Гамильтоновы векторные поля.

27. Симплектические многообразия. Канонические уравнения.

28. Скобки Пуассона

29. Гамильтонова механика со связями. Пуассонова структура.

29. Классификация связей по Дираку. Убивание связей.

30. Уравнения Максвелла на языке форм.